

# Mines 2009

## Seconde épreuve de physique II

### Filière MP

### Oscillations de puissance à haute fréquence

#### Partie I Le magnétron

*Ce texte comporte peut être des erreurs dues à mon interprétation de l'énoncé que j'ai parfois, trouvé ambigu, notamment dans la dernière partie.*

*Dominique MEIER*

#### I.A. Sans champ magnétique

1. Analyse des symétries et des invariances  $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$ .

On applique le théorème de Gauss à une portion de cylindre intérieur :

$$E(r)2\pi rh = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \text{ avec } \lambda \text{ la charge par unité de longueur portée par la cathode, } \lambda < 0.$$

Le potentiel se déduit par circulation du champ électrostatique entre un point de la cathode

$$\text{et un point M de l'espace interarmature : } V(r) = V_0 \frac{\ln\left(\frac{r}{a}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}.$$

**REMARQUE :** Il est possible de retrouver l'expression du potentiel par intégration de l'équation de Laplace, à partir de l'expression du laplacien donné dans l'énoncé,  $\Delta V(r) = 0$ .

2. Le champ électrique est radial, les trajectoires des électrons sont rectilignes, les lignes de champ du champ électrique sont des segments de droites orientées de l'anode vers la cathode. Appliquons à un électron le théorème de l'énergie cinétique,  $\Delta E_c = W(\vec{f})$ .

Ici, la seule force est électrique,  $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 = eV(r)$ . La vitesse radiale s'en déduit :

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{2e}{m}V(r)} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m} \frac{\ln\left(\frac{r}{a}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}$$

3. Il suffit d'intégrer cette relation pour en déduire le temps mis par l'électron pour aller de la cathode à l'anode.

$$dr = \sqrt{\frac{2eV_0}{m} \frac{\ln\left(\frac{r}{a}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}} dt$$

$$\tau = \int_0^{\tau} dt = \int_a^b \frac{dr}{\sqrt{\frac{2eV_0}{m} \ln\left(\frac{r}{a}\right)}} = \int_0^{b/a} \frac{adx}{\sqrt{\frac{2eV_0}{m} \ln(x)}} = a \sqrt{\frac{m}{2eV_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} f(b/a)$$

### I.B. Avec champ magnétique

4. L'électron subit en plus, la composante magnétique de la force de Lorentz. La contribution électrostatique reste radiale. La force magnétique se calcule de façon classique par le produit vectoriel :

$$-e \begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -er\dot{\theta}B_0 \\ er\dot{r}B_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Il n'y a pas de composante de la force selon Oz, l'électron ne présente pas de vitesse initiale dans cette direction, son mouvement est plan, dans le plan  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ .

Le travail de la force de Lorentz vaut  $\delta W = \vec{f} \cdot d\vec{\ell} = \underbrace{-eE(r)dr}_{-dE_p} - \underbrace{e(\vec{v} \wedge \vec{B}_0) \cdot d\vec{\ell}}_0$ . La

seule force qui travaille dérive d'une énergie potentielle, l'énergie mécanique de l'électron est conservée. Son énergie mécanique initiale est nulle, car il ne présente pas d'énergie cinétique et il est dans une zone où règne un potentiel quasi-nul.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - eV(r) = 0$$

$$\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2 = \frac{2eV_0}{m} \frac{\ln\left(\frac{r}{a}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}, \text{ ceci constitue une première constante du mouvement.}$$

5. Appliquons le théorème du moment cinétique à l'électron par rapport au point O, centre du dispositif. Le moment cinétique de l'électron vaut :  $\vec{L}_O = r\vec{e}_r \wedge m\vec{v} = mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z$ .

Sa dérivée par rapport au temps vaut :  $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = m \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\vec{e}_z$ . Le moment de la force de

Lorentz se réduit à celui de la composante magnétique,  $\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{f}_m) = er\dot{r}B_0\vec{e}_z$ . Le

théorème du moment cinétique permet de déduire une autre constante du mouvement :

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = \frac{eB_0}{m} r\dot{r} = \frac{eB_0}{2m} \frac{d}{dt}(r^2). \text{ On peut poser } \omega_L = \frac{eB_0}{2m}, \text{ qui n'est autre que la}$$

pulsation de Larmor. Cette relation s'intègre en tenant compte des conditions initiales :

$$(r^2\dot{\theta}) = \frac{eB_0}{2m}(r^2) + Cte. \text{ Puisque en } r = a, \dot{\theta} = 0, \text{ alors } \dot{\theta} = \omega_L \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right).$$

6. On reporte l'expression de  $\dot{\theta}$  dans la constante établie à partir de la conservation de

$$\text{l'énergie dans la question 4, ce qui donne : } \dot{r}^2 + \left(r\omega_L \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\right)^2 = \frac{2eV_0}{m} \frac{\ln\left(\frac{r}{a}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}.$$

La valeur limite du champ magnétique correspond à  $\dot{r} = 0$  en  $r = b$ . Ce qui conduit à

$$\omega_L^2 = \frac{2eV_0}{m} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)^2, \text{ ou en revenant à l'expression de la pulsation de Larmor,}$$

$$B_C^2 = \frac{8mV_0}{e} \left( \frac{b}{b^2 - a^2} \right)^2$$

Si  $b \gg a$ ,  $\frac{b}{b^2 - a^2} \approx \frac{1}{b}$ , et  $B_C = \frac{2}{b} \sqrt{\frac{2mV_0}{e}}$ , on en déduit  $\omega_C$  par  $\dot{\theta} = \omega_L \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$  en  $r_0$ .

$$\omega_C = \frac{eB_C}{2m} \left( 1 - \frac{a^2}{r_0^2} \right) = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} \left( 1 - \frac{a^2}{r_0^2} \right) \approx \frac{1}{b} \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}.$$

### I.C. Charge d'espace

7. L'expression du potentiel est déduite à partir de l'équation de Laplace  $\Delta V(r) = 0$ . A cette expression correspond celle du champ électrostatique, donc de la force et celle de son moment. Le théorème du moment cinétique avait alors conduit à

$$\dot{\theta} = \omega_L \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right). \text{ Dans cette expression la vitesse angulaire d'un électron dépend de sa}$$

distance à l'axe, il n'est pas possible que tous les électrons soient animés de la même vitesse angulaire, il faut donc remettre en cause, l'hypothèse de l'absence de charge d'espace.

8. Revenons à l'équation de Laplace pour le potentiel, mais en tenant compte d'une charge d'espace non nulle et constante :

$$\Delta V'(r) = \rho_0$$

Cette équation s'intègre en :  $V'(r) = \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} r^2 + C_1 \ln(r) + C_2$ .

Les conditions aux limites permettent de déduire l'expression des constantes, d'où :

$$V'(r) = V_0 \frac{(r^2 - a^2)}{b^2 - a^2}, \text{ en imposant } C_1 = 0 \text{ puisque la dépendance logarithmique du}$$

potentiel conduit à l'expression précédente de la vitesse angulaire.

**REMARQUE :** Il est possible de retrouver l'expression du potentiel en considérant la conservation de l'énergie mais avec une énergie non nulle au voisinage de la cathode.

On applique le p.f.d. à l'électron projeté sur l'axe radial :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m \dot{r}^2 - r \dot{\theta}^2 \right) = \frac{e}{m} \left( \frac{dV'(r)}{dr} - r \dot{\theta} B_B \right)$$

A partir de l'expression précédente du potentiel, il est possible d'exprimer la vitesse angulaire :

$$\begin{aligned} \frac{dV'(r)}{dr} &= \frac{2V_0 r}{b^2 - a^2} \\ -r\omega_B^2 &= \frac{e}{m} \left( \frac{2V_0 r}{b^2 - a^2} - r\omega_B B_B \right) \\ B_B &= \frac{2V_0}{\omega_B (b^2 - a^2)} + \frac{m}{e} \omega_B \end{aligned}$$

9. Revenons à l'expression de l'énergie  $\frac{1}{2}m(r\omega_B)^2 - eV'(r) = E_0 = \frac{1}{2}ma^2\omega_B^2$ . Pour les électrons situés loin de la cathode  $r \gg a$ ,  $V'(r) = V_0 \frac{(r^2 - a^2)}{b^2 - a^2} \approx V_0 \frac{r^2}{b^2}$

$$E_m \approx \frac{1}{2}m(r\omega_B)^2 - eV_0 \frac{r^2}{b^2}$$

Or, leur énergie cinétique initiale  $\frac{1}{2}ma^2\omega_B^2$ , est négligeable comparée à celle qu'ils ont en  $r \gg a$ , ce qui impose  $\frac{1}{2}m(r\omega_B)^2 \approx eV_0 \frac{r^2}{b^2}$ .

La vitesse angulaire vaut  $\omega_B \approx \sqrt{\frac{2eV_0}{b^2m}}$  et, à partir de l'expression obtenue à la question

précédente, le champ magnétique correspondant vaut :  $B_B \approx \frac{2}{b} \sqrt{\frac{2mV_0}{e}}$ .

10. Application numérique :  $V_0 = 16,8 \text{ kV}$  et  $B_B = 0,175 \text{ T}$ .

## Partie II Le klystron

### II.A. Étude du faisceau d'électrons dans le tube

11. Par définition,  $I_0 = \int_s \vec{j}_{\text{elec}} \cdot d\vec{s} = -\rho u_0 \frac{\pi a^2}{s}$ . En admettant que le faisceau est de longueur

infinie,  $\vec{E}_C = E_C \vec{e}_r = E_C(r, \theta, z) \vec{e}_r = E_C(r) \vec{e}_r$ . Par le théorème de Gauss,  $E_C = \frac{\rho a^2}{2\epsilon_0 r}$ ,

on élimine  $\rho$  par  $\rho = \frac{-I_0}{u_0 \pi a^2}$ , d'où  $E_C = \frac{-I_0}{2\pi u_0 \epsilon_0 r}$ .

12. On applique le p.f.d à un électron périphérique, en projection sur le vecteur unitaire radial :  $m \frac{dv}{dt} = -eE_C = \frac{eI_0}{2\pi u_0 \epsilon_0 r}$ . Son accélération radiale vaut :  $\ddot{r} = \frac{eI_0}{2\pi m u_0 \epsilon_0 r}$ . Si l'on

suppose le champ uniforme sur  $\Delta r$ , au voisinage de  $a$ , il est possible de simplifier le problème et d'intégrer  $\Delta r \approx \frac{eI_0}{2\pi m u_0 \epsilon_0 a} \frac{\tau^2}{2} \approx \frac{eI_0}{4\pi m u_0 \epsilon_0 a} \frac{\ell^2}{u_0^2}$ . Le rapport  $\frac{\Delta r}{a}$  s'écrit sous

la forme suivante :  $\frac{\Delta r}{a} \approx \frac{eI_0}{4\pi m u_0 \epsilon_0 a^2} \frac{\ell^2}{u_0^2} = \frac{I_0}{I_1}$  avec  $I_1 = \frac{4\pi m u_0^3 \epsilon_0 a^2}{e \ell^2}$ . La condition

$\Delta r \ll a$  se traduit par  $I_0 \ll I_1$ .

**REMARQUE :** On a aussi négligé la force magnétique. Le faisceau crée un champ magnétique, l'électron est aussi soumis à sa contribution qui tend à resserrer le faisceau (effet pinch).

Appliquons Maxwell-Gauss à un petit élément de volume du faisceau,  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,

puisqu'on ne tient compte que de la composante axiale  $\frac{dE_z}{dz} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{-I_0}{u_0 \pi \epsilon_0 a^2}$ . Ce qui

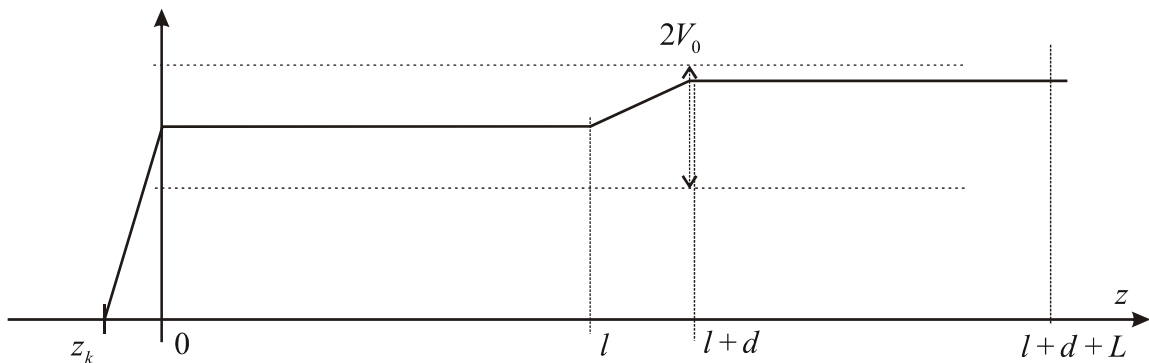
s'intègre en  $E_z(z) = \frac{-I_0 z}{\pi \epsilon_0 u_0 a^2} + \frac{I_0 \ell}{2\pi \epsilon_0 u_0 a^2}$ , puisque  $E_z\left(\frac{\ell}{2}\right) = 0$  par symétrie. Le

potentiel s'en déduit :  $V(z) = \frac{I_0 z^2}{2\pi \epsilon_0 u_0 a^2} - \frac{I_0 \ell z}{2\pi \epsilon_0 u_0 a^2} + V_A$ . La valeur de  $I_2$  vaut :

$$I_2 = \frac{8\pi u_0 \epsilon_0 a^2 V_A}{\ell^2}.$$

Si le faisceau est infini, ce potentiel est uniforme. En fait, on néglige le caractère fini du faisceau.

13. Allure du potentiel à un instant  $t$



14. On applique le théorème de l'énergie cinétique à un électron entre  $\ell$  et  $\ell + d$  :

$$\frac{1}{2} m u^2 - \frac{1}{2} m u_0^2 = e(V_{M2} - V_A) = eV_0 \sin \omega t$$

$u^2 = u_0^2 + \frac{2eV_0}{m} \sin \omega t$ , d'autre part  $\frac{1}{2} m u_0^2 = eV_A$ , d'où  $u_0^2 = \frac{2e}{m} V_A$ . Finalement, le carré de

la vitesse s'écrit :  $u^2 = \frac{2e}{m} V_A \left( 1 + \frac{V_0}{V_A} \sin \omega t \right)$ . Au premier ordre,  $u \approx u_0 (1 + \beta \sin \omega t)$ .

15. En moyenne,  $\langle u^2 \rangle = \langle u_0^2 \rangle + \frac{2eV_0}{m} \underbrace{\langle \sin \omega t \rangle}_0 = \langle u_0^2 \rangle$ . Sur une période, le dispositif ne

communique pas d'énergie aux électrons. Physiquement on ne tient compte d'aucune force dissipative. L'énergie rayonnée lors de l'accélération des électrons n'est notamment pas prise en compte, c'est néanmoins l'objet du klystron de générer des ondes...

## II. B. Modulation

16. Les constantes  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_0$  et  $k$  sont sans dimension. La durée nécessaire à un électron

pour aller de  $M_2$  à  $D_1$ , vaut  $t_2 - t_1 = \frac{L}{u}$ . En multipliant par  $\omega$ ,  $\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\omega L}{u}$ ,

$\sigma_2 - \sigma_1 = \sigma_0 \frac{u_0}{u}$ . A l'instant  $t_1$ ,  $u(t_1) \approx u_0 (1 + \beta \sin \sigma_1)$ , d'où

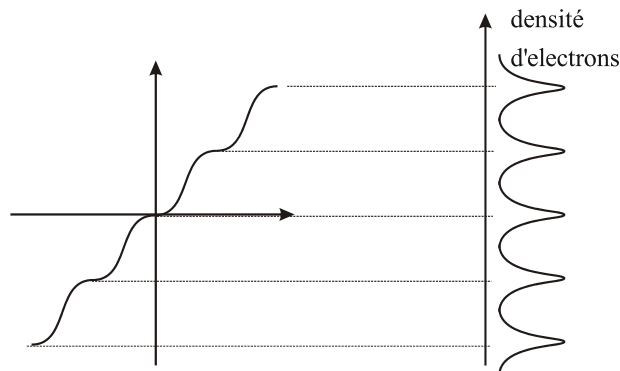
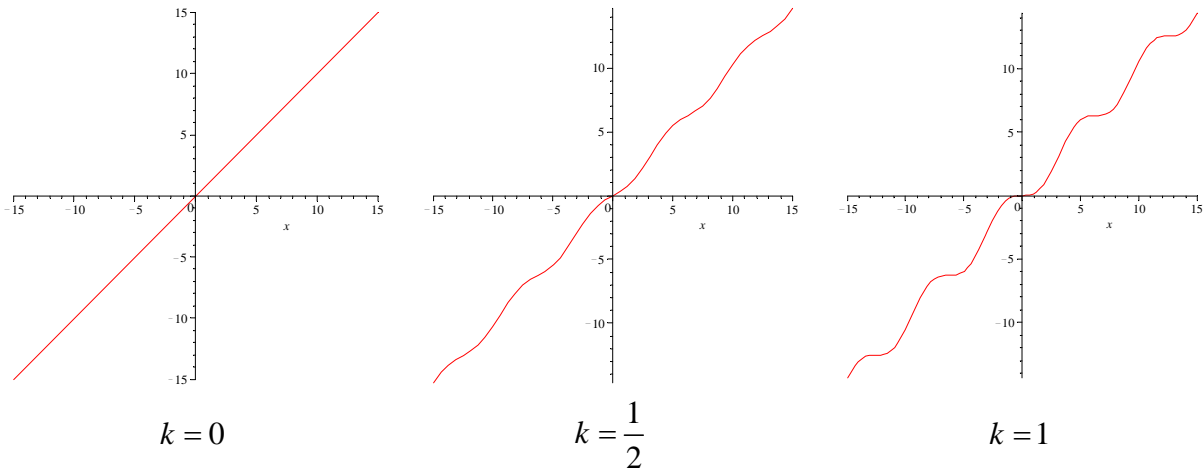
$\sigma_2 - \sigma_1 = \sigma_0 \frac{u_0}{u_0 (1 + \beta \sin \sigma_1)} = \frac{\sigma_0}{1 + \beta \sin \sigma_1}$ . En développant au premier ordre,

$\sigma_2 - \sigma_1 = \sigma_0 (1 - \beta \sin \sigma_1)$ , d'où  $\sigma_2 \approx \sigma_1 + \sigma_0 - k \sin \sigma_1$ .

17. A partir de l'expression précédente, pour les différentes valeurs de  $k$  :

$$\begin{cases} k = 0 & \sigma_2 - \sigma_0 = \sigma_1 \\ k = \frac{1}{2} & \sigma_2 - \sigma_0 = \sigma_1 - \frac{1}{2} \sin \sigma_1 \\ k = 1 & \sigma_2 - \sigma_0 = \sigma_1 - \sin \sigma_1 \end{cases}$$

Les tracés correspondants sont les suivants :



En ordonnée,  $\sigma_2 - \sigma_0$  est une image de la date d'arrivée des électrons, en fonction d'une image de la date de départ. Une courbe qui évolue peu (plate) autour d'une valeur donnée de  $\sigma_1$ , correspond à des électrons qui arrivent tous à peu près au même instant. Plus la valeur de  $k$  est proche de 1, plus ce groupement est important, d'où le terme.

18. On souhaite un écart relatif de 1% sur la date d'arrivée  $t_2$  :  $\left. \frac{dt_2}{t_2} \right|_0 = 0,01$ , ou encore

$$\left. \frac{\omega dt_2}{\omega t_2} \right|_{t_0} = \left. \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} \right|_{\sigma_0} = \frac{d\sigma_2}{\sigma_0} = 0,01. \text{ En développant } \sigma_2 - \sigma_0 = \sigma_1 - \sin \sigma_1 \approx \frac{\sigma_1^3}{6}, \text{ autour de}$$

$$0, \text{ on obtient } \frac{d\sigma_2}{2} \approx \frac{(d\sigma_1)^3}{6}. \text{ D'où on déduit, } \frac{d\sigma_2}{\sigma_0} = \frac{1}{3} \left( \frac{d\sigma_1}{2} \right)^3 = 0,01. \text{ D'où la valeur}$$

$$\text{de } d\sigma_1 = 2 \sqrt[3]{3 \times 10^{-2} \sigma_0}, \text{ puis celle de } dt_1 = \frac{2}{\omega} \sqrt[3]{3 \times 10^{-2} \frac{\omega L}{u_0}} \text{ et } u_0 = \sqrt{\frac{2eV_A}{m}}. \text{ Les}$$

applications numériques conduisent à  $dt_1 = 1,6 \times 10^{-10}$  s et  $\varepsilon = 0,15$ .

19. La conservation de la charge impose que  $I_0 dt_1 = I_2 dt_2 = I(\sigma_1) dt_2$ . En revenant aux notations de l'énoncé :  $I_0 d\sigma_1 = I(\sigma_1) d\sigma_2$ , ou encore  $I(\sigma_1) = I_0 \frac{d\sigma_1}{d\sigma_2}$ . Reste à évaluer  $d\sigma_2$ ,  $d\sigma_2 = d(\sigma_1 - k \sin \sigma_1) = d\sigma_1 - k \cos \sigma_1 d\sigma_1 = d\sigma_1 (1 - k \cos \sigma_1)$ . Finalement on obtient l'expression attendue :  $I(\sigma_1) = \frac{I_0}{1 - k \cos \sigma_1}$ .

20. L'expression de  $\varphi$  est la suivante :

$$\varphi = \omega \left( t_2 - \frac{L}{u_0} \right) = \omega t_2 - \frac{\omega L}{u_0} = \sigma_2 - \sigma_0 = \sigma_1 - k \sin \sigma_1. \text{ Pour des valeurs de } k \leq 1, \text{ la}$$

relation entre  $\varphi$  et  $\sigma_1$  est continue et bijective, l'étude de  $I(\sigma_1)$  peut se ramener à celle de  $I(\varphi)$ . La fonction  $\sigma_1(\varphi)$  est une fonction impaire de  $\varphi$ ,

$$\left. \begin{aligned} I(-\sigma_1(\varphi)) &= I(\sigma_1(-\varphi)) \\ I(\sigma_1(\varphi)) &= I(\sigma_1(\varphi)) \end{aligned} \right\} I(\sigma_1(-\varphi)) = I(\sigma_1(\varphi)) \text{ est une fonction paire de } \varphi \text{ puisque } I(\sigma_1) \text{ est paire en } \sigma_1.$$

21. Décomposition en série de Fourier

La valeur moyenne du courant,  $\langle I \rangle = I_0$ , par conservation de la charge. Puisque la fonction est paire tous les  $b_n$  sont nuls et il reste à calculer les  $a_n$ . Par définition,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\pi}^{+\pi} I(\varphi) \cos(n\varphi) d\varphi \text{ or, } I_0 d\sigma_1 = I(\varphi) d\varphi \text{ car } d\sigma_2 = d\varphi. \text{ Les coefficients vont}$$

$$\text{satisfaire à } a_n = \frac{2}{T} \int_{-\pi}^{+\pi} I_0 \cos(n\sigma_1 - nk \sin \sigma_1) d\sigma_1, \text{ ou encore}$$

$$a_n = \frac{I_0}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \cos(n\sigma_1 - nk \sin \sigma_1) d\sigma_1, \quad a_n = \frac{2I_0}{\pi} \int_0^{+\pi} \cos(n\sigma_1 - nk \sin \sigma_1) d\sigma_1 \text{ et en identifiant}$$

avec les variables proposées par l'énoncé,  $\sigma_1 = \psi$  et  $\alpha = nk$ .

$$a_n = \frac{2I_0}{\pi} \underbrace{\int_0^{+\pi} \cos(n\sigma_1 - nk \sin \sigma_1) d\sigma_1}_{J_n(nk)}$$

$$a_n = 2I_0 J_n(nk)$$

## II.C. Dimension

22. L'expression du courant détecté, est la suivante :

$$i_D(t) = \underbrace{2\eta I_0 J_1 \left( \beta \frac{\omega L}{u_0} \right)}_{\text{amplitude}} \cos \left( \omega t - \frac{\omega L}{u_0} \right). \text{ L'amplitude est maximale si } 2\eta I_0 J_1 \left( \beta \frac{\omega L}{u_0} \right) \text{ est}$$

maximal, donc si  $J_1 \left( \beta \frac{\omega L}{u_0} \right)$  est max. Cette dernière condition se traduit par

$$\beta \frac{\omega L_m}{u_0} = \alpha_m, \text{ soit encore } L_m = \alpha_m \frac{u_0}{\beta \omega} = \alpha_m \frac{u_0}{\beta 2\pi f}. \text{ On a toujours } u_0 = \sqrt{\frac{2e}{m} V_A}, \text{ d'où}$$

$$L_m = \alpha_m \frac{1}{\beta 2\pi f} \sqrt{\frac{2e}{m} V_A}.$$

23. La fréquence correspondante s'en déduit,

$$f = \alpha_m \frac{1}{\beta 2\pi L_m} \sqrt{\frac{2e}{m} V_A} \approx 9,5 \times 10^8 \text{ Hz} \approx 1 \text{ GHz}. \text{ C'est le domaine des ondes centimétriques.}$$

### II.D. Système de détection

**Solution proposée à titre purement indicatif, l'hypothèse concernant l'électron en influence totale entre deux plans quasi-infinis est douteuse....à voir.**

24. Approximation du plan infini,  $V(z)$  linéaire.

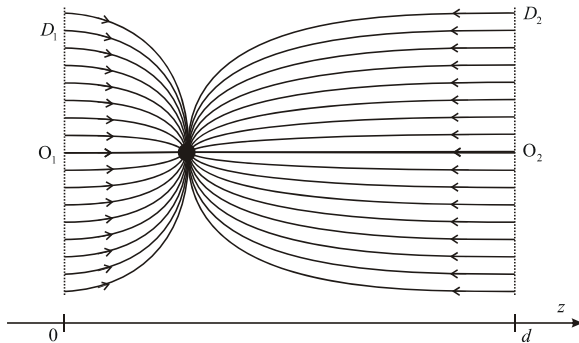
$$V(z) = \left( \frac{\Sigma_{02} - \Sigma_{01}}{2\epsilon_0} \right) z + V_1 \text{ et } V(d) = V_2 = \left( \frac{\Sigma_{02} - \Sigma_{01}}{2\epsilon_0} \right) d + V_1$$

$$V_2 - V_1 = v_D = \left( \frac{\Sigma_{02} - \Sigma_{01}}{2\epsilon_0} \right) d$$

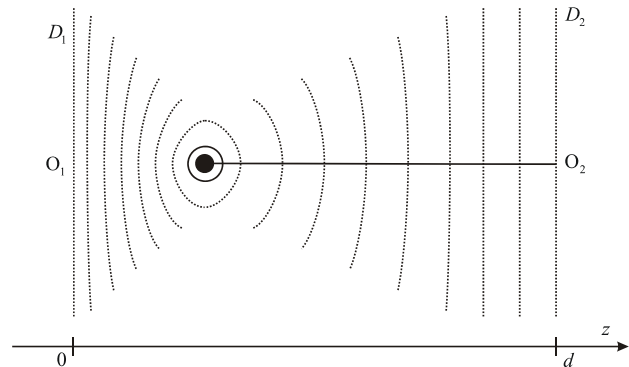
$$\Sigma_{02} - \Sigma_{01} = 2\epsilon_0 \frac{v_D}{d} \text{ avec, } \Sigma_{02} = \epsilon_0 \frac{v_D}{d} \text{ et } \Sigma_{01} = -\epsilon_0 \frac{v_D}{d}$$

25. Tracé des lignes de champ

L'énoncé dit que toutes les lignes de champ issues des plaques arrivent sur l'électron. Au voisinage immédiat de l'électron, toutes les lignes de champs convergent vers lui. Cela impose que les charges portées par les plaques soient de signe positif.



Lignes de champ électrique



Équipotentielles

On applique le théorème de Gauss sur un tube de champ qui se referme à l'intérieur

des grilles métalliques (champ nul), d'où  $\Phi(\vec{E}) = 0 = \frac{q_1 + q_2 - e}{\epsilon_0}$ , d'où  $q_1 + q_2 = e$ . La

somme des charges portées par les deux plaques est constante, seule la répartition de ces charges entre l'une et l'autre plaque varie, en fonction de la position de l'électron sur l'axe.

26. La grille étant métallique, elle reste équipotentielle, la théorie des images électriques est applicable. Lorsque l'électron est tout près de la grille 1, son image est  $+e$ , la charge initiale (à  $t_i$ ) de cette grille vaut  $q_{1i} = q_1 + e$  et celle de l'autre grille vaut  $q_{2i} = q_2 - e$ . Dans le même esprit  $q_{1f} = q_1 - e$  et  $q_{2f} = q_2 + e$ . Finalement, lorsque l'électron traverse, la charge  $q_D = e$  a circulé.



27. Si le courant  $I_K$  est constant, le courant  $i_D$  vaut  $i_D = I_K = I_0$ .

28. La charge comprise, à l'instant  $t$ , entre les plaques vaut :  $q(t) = \int_{t-\frac{d}{u_0}}^t I_K(t) dt$ . Si on

suppose l'étalement spatial nul ( $d \ll \frac{u_0}{\omega}$ ),  $dq \approx \frac{\partial q}{\partial t} dt$  et, en ne retenant que la partie variable  $i_D \approx i_K$ . A la pulsation  $\omega$ , correspondant au maximum de courant détecté,

$2\eta I_0 J_1(\alpha_m) \approx I_0$ , le rendement vaut alors  $\eta J_1(\alpha_m) \approx \frac{1}{2J_1(\alpha_m)} \approx 0,85$ .